შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

1

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

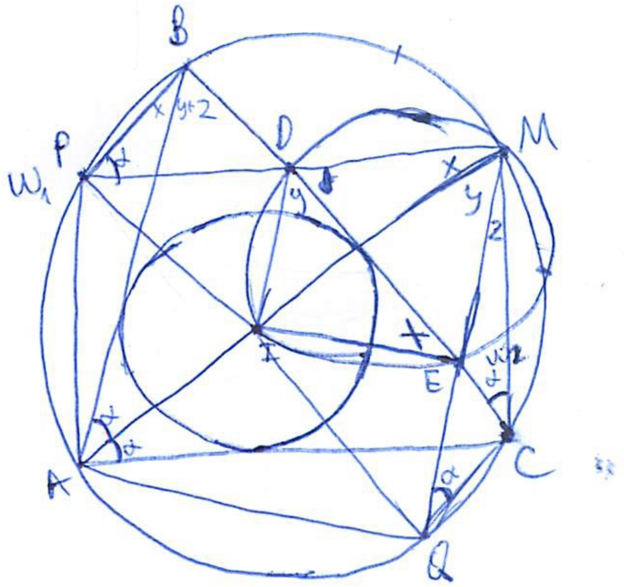
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 16

18.04.2015/ მათ/I/ 429

ამოცანა № 1

გვერდი № 1



რადგან I [illegible] ცენტრია AI ბისექტრისაა, ამიტომ A, I და M ერთ წრფეზეა. ახლა თუ დავამტკიცებთ, რომ $PI \cdot IQ = AI \cdot IM$ ამოხსნილია.

$\angle BPM = \angle BAM = \angle MAI = \angle MCB = \angle MQC = \alpha$, რადგან M $\overset{\frown}{BC}$-ის შუაწერტილია.

$\angle PMA = \angle PBA = \frac{\overset{\frown}{AP}}{2} = x$; $\angle AMQ = \frac{\overset{\frown}{AQ}}{2} = y$; $\angle QMC = \frac{\overset{\frown}{QC}}{2} = z$.

$\angle ABC = \frac{\overset{\frown}{AQ}}{2} + \frac{\overset{\frown}{QC}}{2} = y + z$.

$\angle BDP = \frac{\overset{\frown}{PB} + \overset{\frown}{MC}}{2} = 180 - \angle BPD - \angle PBD = 180 - \alpha - x - y - z \Rightarrow$

$\Rightarrow \overset{\frown}{PB} = 2(180 - (\alpha + x + y + z)) - \overset{\frown}{MC} = 360 - 2(\alpha + x + y + z) - 2\alpha =$ $(\overset{\frown}{MC} = 2\alpha)$

$= 360 - 4\alpha - 2x - 2y - 2z$.

$\angle PAB = \frac{\overset{\frown}{PB}}{2} = 180 - 2\alpha - x - y - z. \Rightarrow \angle PAI = \angle PAB + \angle BAI = 180 - \alpha - x - y - z$.

ΔAQI-ში

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

2

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

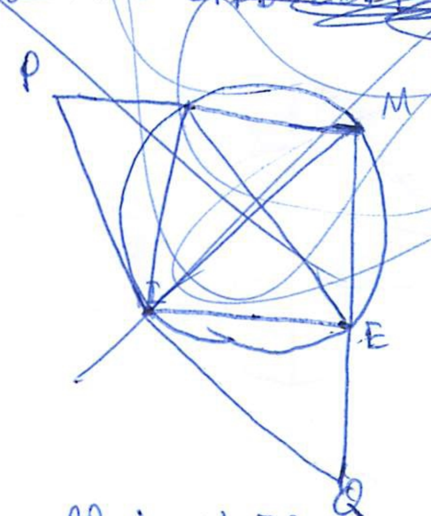
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

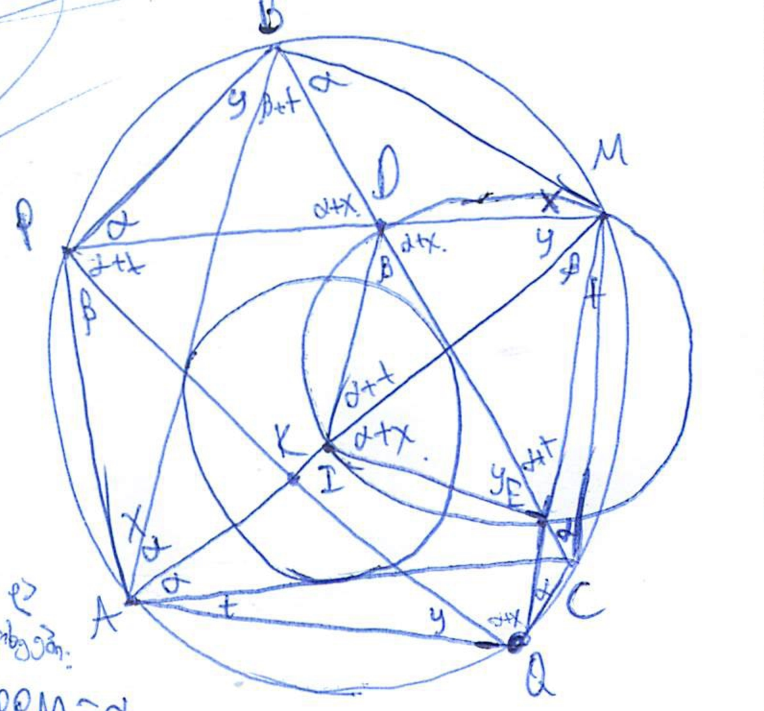
მაგიდა № 16

18.04.2015/ მათ/I/ 429

ამოცანა № 1

გვერდი № 2





დავუშვათ PQ არ გადის I-ზე.

AI გადის M-ზე რადგან AI ბისექტრისაა და M $\overset{\frown}{BC}$-ს შუაწერტილი. აღვნიშნოთ კუთხეები.

$\angle BAM = \angle MAC = \angle MQC = \angle MBC = \angle BPM = \alpha$.

$\angle BMP = \frac{\overset{\frown}{PB}}{2} = X = \angle PAB$

$\angle MAQ = \frac{\overset{\frown}{AQ}}{2} = \angle APQ = \beta = \angle IDE$.

$\angle QMC = \frac{\overset{\frown}{QC}}{2} = \angle CAQ = t$

$\angle PMA = \frac{\overset{\frown}{PA}}{2} = \angle PBA = \angle PQA = \angle KED = y$.

$\angle MDC$ არის ΔBDM-ის გარე კუთხე $\Rightarrow \angle MDC = \alpha + X$.

ΔCEQ-ში $\angle CEQ = 180 - \angle EQC - \angle QCA - \angle ACE = 180 - \alpha - \beta - X - y = \angle MED$.

ΔPBD-ში $2\alpha + X + y + \beta + t = 180$ $\angle MED = 180 - (\alpha + \beta + X + y) = 2\alpha + X + y + \beta + t - \alpha - \beta - X - y =$
$= \alpha + t$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 16

18.04.2015/ მათ/I/ 429

ამოცანა № 1

გვერდი № 3

$\Rightarrow \triangle PKA \sim \triangle IME$; და $\triangle AKQ \sim \triangle DIM$ და $\triangle APQ \sim \triangle KDC$. ასევე $\triangle DME \sim \triangle PQM$.

$$\frac{PK}{ME} = \frac{AK}{IE} = \frac{AP}{IM} \Rightarrow AK \cdot IM = AP \cdot IE.$$

$$\frac{KQ}{DM} = \frac{AK}{ID} = \frac{AQ}{ME} \qquad \frac{DM}{ME} = \frac{KQ}{AQ}$$

$$\frac{DM}{MQ} = \frac{ME}{PM} \Rightarrow \frac{DM}{ME} = \frac{MQ}{PM} \Rightarrow$$

$\Rightarrow AK \cdot IM = PK \cdot KQ \Rightarrow K$ ემთხვევა I-ს. რ.დ.გ.